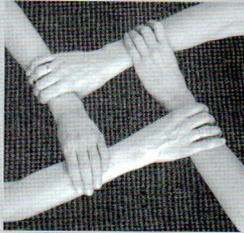


Hebelstabwerke

Vito Bertin

Hebelstabwerke sind Tragwerke, die aus sich gegenseitig tragenden Stäben aufgebaut sind. Obwohl das ihnen zugrundeliegende Prinzip schon lange bekannt ist, werden sie nur wenig eingesetzt.



Eine frühe Darstellung eines solchen Tragwerks zeigt eine chinesische Regenbogenbrücke aus dem 12. Jahrhundert. Über 400 Jahre später tauchen ähnliche Konstruktionsvorschläge in einem ganz anderen Kulturkreis wieder auf: in Sebastiano Serlios *Buch I: Über Geometrie*, sowie auch in Leonardo da Vincis *Skizzenbüchern* finden sich Vorschläge für Decken- und Brückenkonstruktionen, die auf dem Prinzip der Hebelstabwerke basieren.

In einer Entwurfsübung an der Architekturabteilung der Chinesischen Universität Hongkong sollten die Studenten im Januar 1999 eine leichte Konstruktion aus Holzlatten bauen, die eine quadratische Fläche von 2,5 m Seitenlänge überspannen konnte. Eine Studentengruppe fertigte aus den Latten vier elegante Stäbe, die auf den Ecken des Quadrates auflagen und sich in der Mitte gegenseitig unterstützten.

Die Inspiration zu dieser Lösung kam von der Deckenkonstruktion des Theaterhauses des Seiwamura Puppenmuseums von Kazuhiro Ishii (1992). Mich interessierte, ob und wie solche Vierereinheiten aneinandergereiht werden können, um eine größere Fläche zu überspannen. Daraus hat sich eine längere Beschäftigung mit Hebelstabwerken entwickelt.

Im Sommer 2000 haben drei Studenten und mein Kollege Bruce Lonman geholfen, ein Hebelstabwerk in Form eines Doms von etwa 10 m Durchmesser und 2 m Höhe zu errichten. Wir verwendeten dazu Bambusstäbe. Der Dom war einfach und in wenigen Stunden zu bauen. Die 1,5 m langen Bambusstangen wurden direkt aufeinandergelegt und – damit sie nicht abrutschen konnten – mit Plastik-Kabelbindern fixiert. Wir begannen mit dem Scheitel, der auf dem Rasen auflag. Durch das ringweise Hinzufügen weiterer Stäbe hob sich der Dom langsam in die Höhe, ohne daß irgend-

eine Hilfsmaßnahme nötig war. Der Dom fungierte als erster Test, um herauszufinden, wie sich ein größeres Hebelstabwerk verhält, da ich solche Tragwerke zuvor nur in kleinen Modellen untersucht hatte.

Das Muster leitet sich aus einem Netz gleichseitiger Dreiecke ab. Durch die Wölbung des Tragwerks wird es von der ebenen Fläche auf eine Kugelfläche abgebildet. Dadurch kommt es im Tragwerk zu geometrischen Verzerrungen. In den ersten kleinen Modellen aus Bambusspießen war dies ein Problem. Die Form war nicht einfach zu kontrollieren. Als wir aber ein 1:2 Modell aus dünnen Bambusstäben bauten, verschwand das Problem und tauchte auch in der Konstruktion in voller Größe nicht wieder auf. Der Dom nahm wie von selbst eine regelmäßige Form an. Die Plastik-Kabelbinder erhöhen einerseits die Reibung zwischen den Stäben, so daß sie auch in den steileren Bereichen nicht abrutschen können. Andererseits sind sie aber auch genügend flexibel, so daß sich das Tragwerk unter dem Eigengewicht ausbalancieren kann. Eine Belastungsprobe nahm leider ein vorzeitiges Ende, als der schwächste Stab brach. Offensichtlich war die Streuung der Stabfestigkeit zu groß.

Eigenschaften

Das definierende Merkmal von Hebelstabwerken ist, daß sich die stabförmigen Elemente gegenseitig ohne zusätzliche Verbindungsteile tragen.

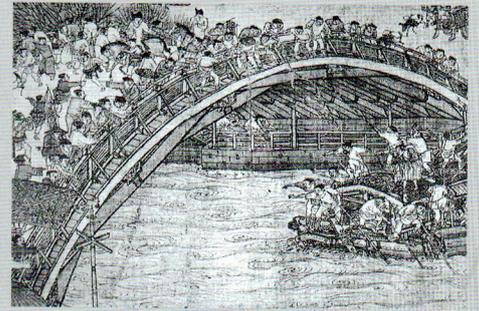
Die folgenden Eigenschaften habe ich aus meinen Untersuchungen abgeleitet:

- alle Stäbe sind gleichwertig (Variationen gibt es abhängig von der Lage im Rand- oder Innenbereich);
- die Stäbe werden durch Biegung beansprucht (Variationen des Hebelprinzips);
- das Tragwerk muß belastet sein (Abhängigkeit von der Schwerkraft);
- das Tragwerk kann umgekehrt werden (Wölbung oder Kragung);
- die Gesamtspannweite ist größer als die Elementspannweite.

Betrachtet man eine Einheit, ist jeder einzelne Hebelstab ein gerades Element, das an einem Ende auf dem Boden aufliegt, während das andere von einem weiteren Hebelstab gestützt wird. Irgendwo zwischen diesen Punkten stützt der Hebelstab einen anderen. Daraus ergibt sich die Unterteilung der Gesamtstablänge (L) in drei Segmente: aufliegendes (L_A), inneres (L_I) und freies (L_F) Segment. Weitere Parameter eines Tragwerks sind der Stabdurchmesser (d) sowie der Neigungswinkel bezüglich der Horizontalen (α).

Systematische Formvariation

Das Erkennen und Beschreiben der formbildenden Parameter Gesamtstablänge, Länge von aufliegendem, innerem und freiem Segment, Stabdurchmesser und Neigungswinkel erlaubt es, ausgehend



von einem gegebenen Zustand, durch die Änderung von Parameterwerten andere Zustände zu erzeugen oder zu zeigen, wie verschiedene Zustände zusammenhängen. Solche Transformationen dienen einerseits als Mittel der Formsuche und geben andererseits Aufschluß über die innere Ordnung eines Gebildes. Eine Transformation verläuft meistens nicht gleichmäßig. Auch wenn sich die Werte gleichförmig ändern, durchlaufen sie Strecken von nur gradueller Veränderung, die begrenzt werden durch Punkte, die kritische Stadien bilden, wo eine kleine quantitative Änderung eine große oder klare qualitative Veränderung bewirkt.

Um einen systematischen Katalog möglicher Formen aufzustellen, betrachte ich die parametrischen Zusammenhänge anhand einer symmetrischen Einheit aus vier Stäben mit rundem Querschnitt.

Die Resultate dieser Untersuchung sind in einer Tabelle zusammengefaßt, in der gezeigt wird, welche Kombinationen von unveränderten und variierten Parametern zu einer möglichen Transformation führen.

Untersuchung Längs- und Querschnitt

Bei den bislang untersuchten Tragwerken liegen die Auflagerpunkte der getragenen Stäbe und der tragenden Stäbe in zwei verschiedenen Ebenen, die um die Stabdicke voneinander entfernt sind. Je größer die Distanz zwischen den Ebenen, desto mehr wölbt sich das Tragwerk, je dünner die Stäbe, desto weniger wölbt es sich. Mit geraden Stäben ist es deshalb unmöglich, ein flaches Tragwerk zu konstruieren. Dafür muß der Längsschnitt der Stäbe entweder durch Einkerbungen der Kontaktstellen oder durch Biegen der Stäbe verändert werden.

Das Prinzip des Hebels bewirkt, daß die Stäbe durch Biegung beansprucht werden. Das ist nicht gerade eine effiziente Form von Tragverhalten, besonders wenn der Stabquerschnitt undifferenziert ist. Vergrößert man die Stabhöhe, um die statische Höhe zu verbessern,

oben: Das Prinzip der Hebelstabwerke ist bereits auf dieser Darstellung einer chinesischen Regenbogenbrücke aus dem 12. Jahrhundert zu erkennen.

würde sich bei geraden Stäben das Tragwerk mehr wölben oder bei gebogenen Stäben die Krümmung zunehmen. Kombiniert man aber eine Querschnittsänderung mit einem durch Einkerbungen flachen Tragwerk, kann man eine höhere Steifigkeit erreichen.

Erzeugung komplexer Formen

Eine weitere Frage ist, wie die im ersten Teil untersuchten Module zu größeren Strukturen erweitert werden können. Hierbei kann man mehrere Methoden unterscheiden, unter anderen die Umfangserweiterung und die innere Verdichtung.

Unter Umfangserweiterung versteht man das additive Zusammensetzen mehrerer Module oder auch einzelner Stäbe. Das Muster, das dieser Struktur zugrunde liegt, entspricht dem einer gefliesten Fläche. Tatsächlich können alle Fliesenmuster, die auf Vielecken basieren, als Hebelstabwerke umgesetzt werden.

Bei der inneren Verdichtung werden in eine gegebene Struktur zusätzliche Stäbe zwischen die vorhandenen Elemente eingesetzt.

Strukturelle Hierarchie

In jedem Gebilde kann Form auf verschiedenen Ordnungsstufen beobachtet werden. Diese Stufen und ihre Bezüge sagen etwas über die Komplexität des Gebildes aus. Bei den Hebelstabwerken wird zwischen Teil, Einheit und Ganzem unterschieden.

Die Stäbe der Hebelstabwerke sind die *Teile*. Module, die kleinstmöglichen Gebilde, die ein Tragwerk bilden können, sind die *Einheiten*. Das Tragwerk

ist das *Ganze*. Jeder Stab in einem Tragwerk ist Teil mehrerer Module. Daher überlagern sich die Module innerhalb des Tragwerkes. Modul und Tragwerk können als Grenzfall identisch sein. Teilstrukturen zwischen Modulen und Tragwerk sind als Zwischenstufen zu betrachten. Ein Tragwerk kann auch wieder als Modul aufgefaßt und zu noch größeren Strukturen addiert werden. So kann man Form in einer verschachtelten Hierarchie von Dreierstufen sehen.

Der Zusammenhang dieser Hierarchiestufen wird anhand eines Tragwerkes untersucht, das aus vier Modulen von je vier Stäben aufgebaut ist.

Beobachtung auf der Stufe des Elementes: Es gibt nur ein Element, den Stab. Variationen gibt es nur bezüglich der Auflagerbedingungen in Abhängigkeit von der Lage innerhalb des Tragwerkes zwischen Rand- und Innenbereich.

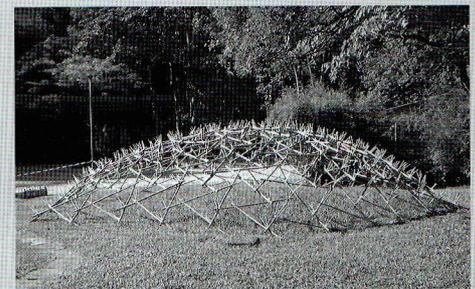
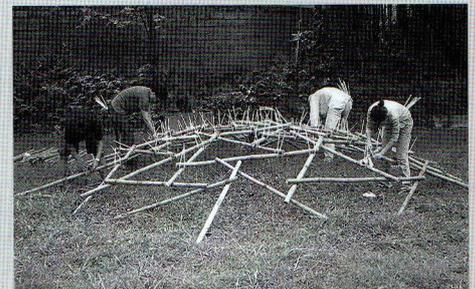
Beobachtung auf der Stufe der Einheit: Es gibt zwei verschiedene Module mit jeweils einem kleinen bzw. einem großen Quadrat.

Beobachtung auf der Stufe des Tragwerkes: Das Modul mit dem kleinen Quadrat erscheint fünf Mal, das andere mit dem großen Quadrat vier Mal. Dem Tragwerk liegt ein geometrisches Muster zugrunde, eine Bedeckung der Ebene mit zwei verschiedenen großen Quadraten. Das Muster kann transformiert werden, was sich dann auf die Module auswirkt.

Zwischen den Modulen und dem Tragwerk gibt es Dutzende von Teilstrukturen. Besonders interessant ist diejenige, die beide Module je einmal enthält.

Schlußbemerkung

Mit der beschriebenen Studie versuche ich, Merkmale und Eigenschaften der Hebelstabwerke zu definieren und die Beziehung zwischen geometrischen Parametern des Systems und seiner strukturellen Form zu verstehen. Die parametrischen Zusammenhänge und Transformationen, die sie implizieren, lassen uns die unendliche Zahl möglicher Formen besser verstehen. Wir haben nicht so sehr neue Formen entdeckt, als vielmehr die formalen Zusammenhänge aufgedeckt, die den Transformationsprozeß steuern.

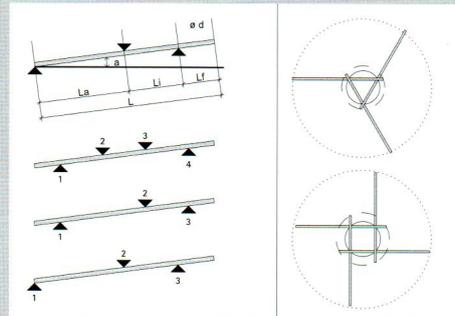


Im Sommer 2000 wurde zur Überprüfung der Ergebnisse der wissenschaftlichen Studie ein Bambusdom von etwa 10 m Durchmesser und 2 m Höhe errichtet.

Ein Hebelstab liegt an dem einen Ende auf dem Boden auf, während das andere von einem weiteren Hebelstab gestützt wird. Zwischen diesen bei-

den Punkten liegt auf dem Hebelstab ein dritter auf. Daraus ergibt sich die Unterteilung der Gesamtlänge (Länge L) in 3 Segmente: Auflager (L_A), Innen (L_I) und

Frei (L_F). Weitere Parameter sind der Durchmesser (d) sowie der Winkel zur Horizontalen (a).



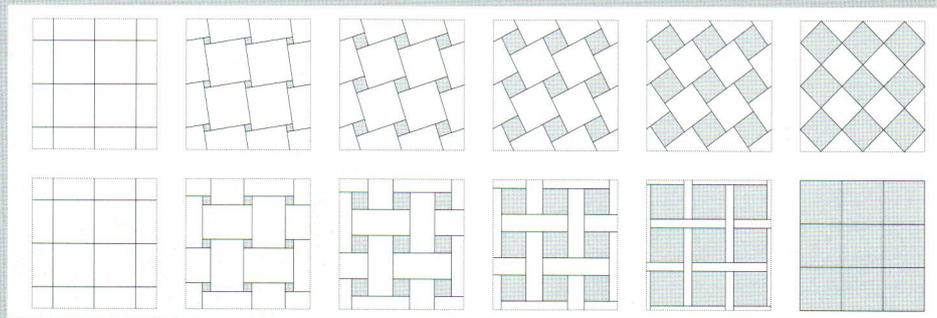
Für einen systematischen Katalog möglicher Formen werden die parametrischen Zusammenhänge anhand eines symmetrischen Moduls aus vier Stäben mit rundem Querschnitt betrachtet. Die Tabelle zeigt,

welche Parameterkombinationen zu einer Transformation führen. X steht für einen festen, 0 für einen variablen Parameter, J-Kombinationen erlauben Varianten, N-Kombinationen nicht.

Transformations Typ	A	B	C	D	E	F	G						
Länge	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Auflager	X	X	X	X	0	0	0	0	0	0	0	X	X
Innen	0	0	0	0	X	X	X	0	0	0	0	X	X
Frei	0	0	0	0	0	0	0	X	X	X	X	X	X
Durchmesser	0	X	0	X	0	X	0	X	0	X	0	X	X
Winkel	0	0	X	X	0	X	X	0	X	X	0	0	X
Mögliche Transformation?	?	J	J	N	J	N	N	J	?	J	J	N	J

J = ja N = nein ? = unbestimmt X = fest 0 = variabel

Neue Fliesenstrukturen entstehen durch
1. Rotation der Kanten im gleichen Winkel um ihren Schnittpunkt und Längenanpassung,
2. parallele Verschiebung der Kanten und Längenanpassung.



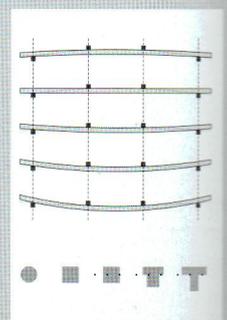
Quadratnetze lassen sich auf zwei Arten als Hebelstabwerke umsetzen.



In einer Einheit aus vier gekerbten Stäben mit quadratischem Querschnitt werden die einzelnen Stäbe bei gleichbleibendem inneren Segment unabhängig verscho-

ben. Hierbei können, abhängig von den Auswahlkriterien, 6, 24 oder mehr Konfigurationen unterschieden werden. Bei dieser Transformation werden die Stützen des Tragwerks vom

Rand ins Zentrum verlagert. Die Komplexität der Zwischenstadien rührt vermutlich aus der Mischung von zwei Auflagerbedingungen: Überspannen und Ausragen.

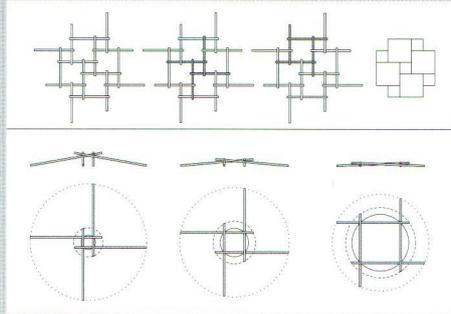
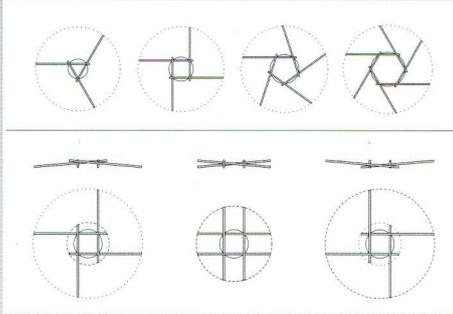


Die Transformation vom konvex zum konkav gebogenen Stab durchläuft Zustände gradueller Änderung bis zu zwei kritischen Stadien: 1. Die Stäbe sind gerade, 2. das Tragwerk wird flach. Veränderung des Stabquerschnitts: Ein T-förmiger Querschnitt führt zu einer erstaunlich steifen Konstruktion.

Transformation D: Inneres Segment, Länge, Durchmesser und Winkel bleiben unverändert, während das freie Segment verlängert wird, so daß sich das Auflager entsprechend verkürzt.

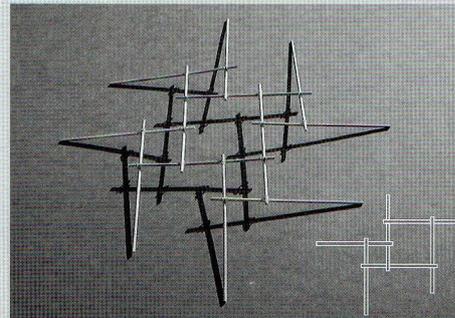
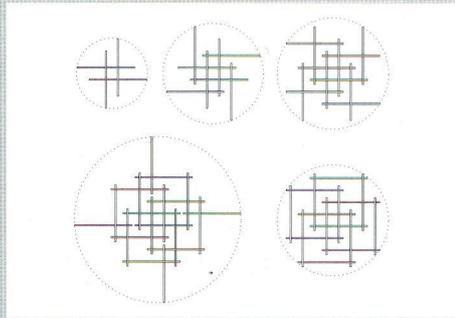
1. $L_f < L_A$: Das Tragwerk ist außen gestützt und wölbt sich über dem Zentrum.
2. $L_f = L_A$: Der Durchmesser des Tragwerkes erreicht ein Minimum.
3. $L_f > L_A$: Das Tragwerk ist im Zentrum gestützt und kragt aus.

Transformation E: Länge, freies Segment und Durchmesser bleiben unverändert, Winkel, Auflager und inneres Segment variieren; die Struktur wird mit der Verkürzung des Auflagers flacher.

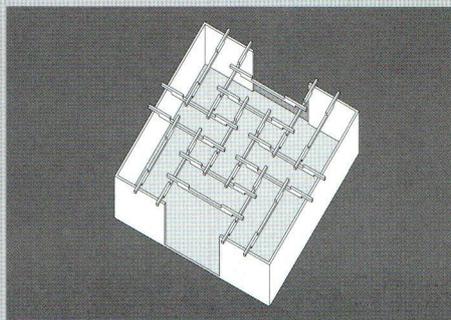
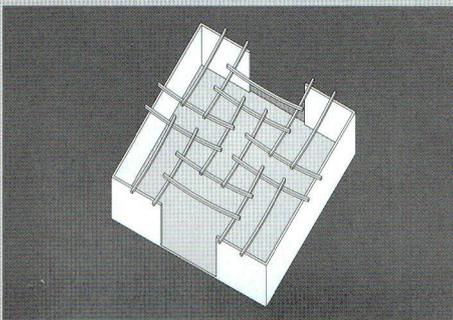


Ein Tragwerk aus vier Modulen mit jeweils vier Stäben bildet in der Mitte ein fünftes Modul, zu dem jedes einen Stab beiträgt. Das fünfte Modul ist frei im Raum aufgespannt. In der Überlagerung ergeben sich weitere Module mit großen Quadraten.

Innere Verdichtung: In eine gegebene Struktur werden Stäbe zwischen die vorhandenen Elemente eingesetzt. Die Anzahl der Elemente in bezug auf die Fläche wird erhöht.

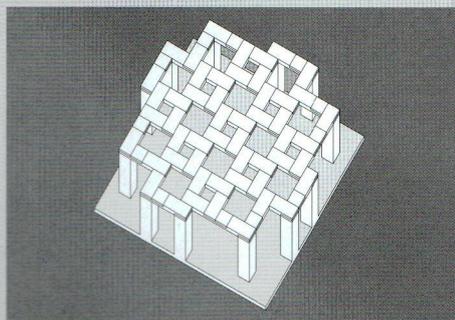


Umfangserweiterung: Aus einem Modul wird durch Anfügen von Stäben ein größeres Tragwerk. Die Kombination von einem Modul mit kleinem und einem Modul mit großem Quadrat bildet eine besonders interessante Teilstruktur.



Ein flaches Tragwerk entsteht, indem man den Stablängsschnitt differenziert. Hierfür kann man die Kontaktstellen einkerben oder die Stäbe biegen: Die Auflagerpunkte der getragenen und der tragenden Stäbe liegen auf einer Ebene.

Modell eines ebenen Hebelstabwerks mit großen und kleinen quadratischen Öffnungen. Das Tragwerk, das aus flachen gleich großen Elementen geschichtet wird, ist am Rand gestützt.



Modell eines Hebelstabwerks, das an der Chinesischen Universität Hongkong im Sommer 2000 gebaut wurde. Das ebene Tragwerk mit großen und kleinen Quadraten ist aus gleich großen Stäben mit günstiger statischer Höhe geschichtet.